11.6 Exercises

1. What can you say about the series $\sum a_n$ in each of the following cases?

(a) $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 8$ (b) $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 0.8$

(c) $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 1$

2–30 Determine whether the series is absolutely convergent, conditionally convergent, or divergent.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-2)^n}{n^2}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{n^2+4}$

5. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{5n+1}$

6. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-3)^n}{(2n+1)!}$

7. $\sum_{k=1}^{\infty}k\left(\frac{2}{3}\right)^k$

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{100^n}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(1.1)^n}{n^4}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{\sqrt{n^3+2}}$

11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n e^{1/n}}{n^3}$

12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin 4n}{4^n}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{(n+1)4^{2n+1}}$

14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{10}}{(-10)^{n+1}}$

15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\arctan n}{n^2}$

16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3-\cos n}{n^{2/3}-2}$

17. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\ln n}$

18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$

19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(n\pi/3)}{n!}$

20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-2)^n}{n^n}$

21. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$

22. $\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{-2n}{n+1}\right)^{5n}$

23. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$

24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{(n!)^2}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{100}100^n}{n!}$

26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n^2}}{n!}$

27. $1-\frac{1\cdot3}{3!}+\frac{1\cdot3\cdot5}{5!}-\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{7!}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1\cdot3\cdot5\cdot\cdots\cdot(2n-1)}{(2n-1)!}+\cdots$

28. $\frac{2}{5}+\frac{2\cdot6}{5\cdot8}+\frac{2\cdot6\cdot10}{5\cdot8\cdot11}+\frac{2\cdot6\cdot10\cdot14}{5\cdot8\cdot11\cdot14}+\cdots$

29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\cdot4\cdot6\cdot\cdots\cdot(2n)}{n!}$

30. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2^n n!}{5\cdot8\cdot11\cdot\cdots\cdot(3n+2)}$